

*Матеріал до обласної виставки-огляду  
методичних матеріалів викладачів предметів  
загальноосвітньої підготовки  
закладів професійно-технічної освіти у Харківській області  
за темою: «Формування ключових компетентностей – запорука  
конкурентоспроможності сучасного кваліфікованого робітника»*

*Професійно-технічне училище №32 м. Харкова*

## ***Переможець ( I місце )***

*Методична розробка уроку на тему:  
«Розв'язування тригонометричних рівнянь»*



*Автор: викладач математики Шаталов Сергій Гнатович*

2019

## Вступ

Перед навчальними закладами професійно-технічної освіти поставлено завдання забезпечити підготовку конкурентоспроможного сучасного кваліфікованого робітника. Саме тому нині важливим при підготовці учня є не тільки вміння оперувати власними знаннями, а й бути готовим змінюватись та пристосовуватись до нових потреб ринку праці, оперувати й управляти інформацією, активно діяти, швидко приймати рішення, **навчатись упродовж життя**. Реалізацію цих завдань ефективніше забезпечує не традиційний, а компетентісно - інноваційний тип навчання. Завдання математики зробити певний внесок у **формування ключових компетентностей учнів**. **Для формування ключових компетентностей на цьому уроці** будуть використані інтерактивні технології, метод проектів та презентації двох навчальних підгруп з результатами проведених досліджень з теми розв'язування тригонометричних рівнянь. **Ключові компетентності та їх формування на цьому уроці:**



- Математична компетентність:** навчальні ресурси – розв'язування тригонометричних рівнянь
- Компетентність у природничих науках і технологіях:** усвідомлення вкладу тригонометрії в техніці, технологіях та людській діяльності
- Інформаційно-цифрова компетентність:** візуалізація даних, побудова графіків за допомогою програмних засобів на цьому уроці.
- Уміння вчитися впродовж життя:** уміння відбирати та застосовувати потрібні знання для досягнення навчальної мети заняття.
- Спілкування державною мовою:** уміння доречно та коректно вживати математичну термінологію.
- Ініціативність і підприємливість:** ставлення – впевненість в собі та відповідальність.
- Соціальна та громадянська компетентність:** уміння слухати і чути інших.
- Обізнаність та самовираження у сфері культури:** усвідомлення взаємозв'язку математики та культури, архітектури і музики.

**Математичні компетентності** – одні з найважливіших складових життєвих компетентностей, визначених Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти. Математичні компетентності складають основу для **формування ключових компетентностей**.

На цьому уроці окрім **ключових компетентностей** формуються у учнів та набувають розвиток такі **математичні компетентності:**

**Процедурна компетентність:** вміння учнів використовувати алгоритми розв'язування тригонометричних рівнянь методами заміни та розкладання на множники.



**Логічна компетентність:** формування уміння здійснювати дедуктивні обґрунтування правильності побудови алгоритму розв'язування тригонометричних рівнянь та шукати логічні помилки.



**Технологічна компетентність:** Учням на цьому занятті необхідно: працювати та й ознайомлюватися з можливостями програм Advanced Grapher та GRAN1; розв'язувати тригонометричні рівняння графічним методом, за допомогою цих пакетів. Вміти застосовувати додатки до смартфонів при підготовці до ЗНО з математики.

**Дослідницька компетентність:** Напрями набуття на цьому уроці: формулювати математичні методи( заміна та розкладання на множники) розв'язку тригонометричних рівнянь; систематизувати отримані результати.



**Методологічна компетентність:** рефлексії власного досвіду розв'язування тригонометричних рівнянь та подолання перешкод, аналізування ефективності розв'язання тригонометричних рівнянь різними методами.





# Державні вимоги до рівня загальноосвітньої підготовки учнів з теми «ТРИГОНОМЕТРИЧНІ ФУНКЦІЇ».

## Рівень стандарту

### Навчальні досягнення учнів:

#### Учень (учениця):

- ✚ **вміє** переходити від радіанної міри кута до градусної й навпаки;
- ✚ **встановлює** відповідність між дійсними числами і точками на одиничному колі;
- ✚ **розпізнає і схематично будує** графіки тригонометричних функцій;
- ✚ **ілюструє** властивості тригонометричних функцій за допомогою графіків;
- ✚ **перетворює** нескладні тригонометричні вирази;
- ✚ **застосовує** тригонометричні функції до опису реальних процесів;
- ✚ **розв'язує** найпростіші тригонометричні рівняння.



### Національно-патріотичне виховання учнів:

- головною домінантою національно-патріотичного виховання є формування в учнів ціннісного ставлення до самих себе, до держави і до суспільства, а також відчуття своєї належності до України.

При формуванні **компетентності обізнаності та самовираження у сфері культури** на уроках математики, в учнів не тільки формується почуття патріотизму, національної свідомості і любові до національних традицій, культури, мови, а ще й підвищується інтерес до вивчення математики і розвивається творче та критичне мислення.



На своїх уроках я впроваджую різні шляхи реалізації національно-патріотичного виховання: задачі з відповідним змістом, додаткова інформація, що сприяють розвиткові гідного громадянина України.

При вивченні теми «**Розв'язування тригонометричних рівнянь**», потрібно наголосити про визначні внески українського вченого-методиста Михайла Гельфанда в скарбницю математики.

#### Михайло Гельфанд (1907-1991)



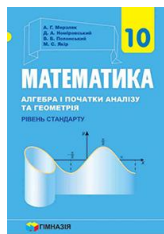
Михайло Борисович Гельфанд (1907—1991), український математик-методист, кандидат педагогічних наук, завідувач сектора методики математики НДІ педагогіки УРСР, популяризатор передового досвіду вчителів математики шкіл України, автор праць з методики математики в середній школі»

### ! Фрагмент програми зовнішнього незалежного оцінювання з математики:

**ЗНО  
2019**

Назва розділу, теми	Учень повинен знати	Предметні вміння та способи навчальної діяльності
Рівняння, нерівності та їхні системи. <b>Тригонометричні рівняння.</b>	- <b>Методи розв'язування тригонометричних рівнянь</b>	- Розв'язувати рівняння , що містять тригонометричні вирази - Застосовувати загальні методи та прийоми (розкладання на множники, заміна змінної, застосування властивостей функції) у процесі розв'язування рівнянь.





## Джерела навчальної інформації



### 1. Основний підручник:

- ✓ А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір Математика. Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту, підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти. Харків «Гімназія», 2018 рік.

### 2. Додаткові підручники, навчальні та електронні посібники:

«Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту)» підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти Бурда М. І.; Колесник Т. В.; Мальований Ю. І; Тарасенкова Н. А. (2018)

«Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту)» підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти Бевз Г. П.; Бевз В. Г. (2018)

«Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту)» підручник для 10 класу закладів загальної середньої освіти Нелін Є. П. (2018)

Електронний конструктор уроку, Алгебра, 10 клас, видавництво «Основа», 2016

Математика, рівень стандарту, 10 клас, диск, видавництво «Ранок», 2016



### 3. Інтернет – ресурси:

Єдина колекція цифрових освітніх ресурсів:

- ✓ <http://www.mon.gov.ua>
- ✓ <http://www.teacher.at.ua>
- ✓ <http://sites.google.com/site/matematikaonlajn>
- ✓ <http://www.testmath.com.ua/>
- ✓ <http://www.formula.co.ua>
- ✓ <http://www.bymath.net>



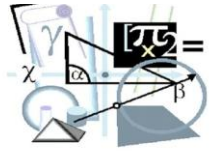
### Структура уроку:

№ з/п	Назва етапу уроку	Час, хв	Методи і прийоми
1	Організаційний етап	1	Звернення до групи(словесний метод), психогімнастика
2	Перевірка домашнього завдання	10	Робота в парах – взаємоперевірка, інтерактивні вправи: «Видатні математики України», «Наведи порядок», математичний диктант, опитування з колективною роботою навчальної групи , робота з картками-таблицями, перевірка групового диференційованого домашнього завдання (одночасно для двох підгруп)
3	Актуалізація опорних знань. Повідомлення теми й мети.	7	Підготовчі вправи: робота з картками: робота в парах "Математична розминка з взаємоперевіркою" (початковий та середні рівні) , інтерактивні вправи:«Знайди пару»; «Хвиля асоціацій», «Скринька Знань», «Зітри Хмаринку».
4	Мотивація навчальної діяльності	2	Бесіда та проведення інтерактивної вправи «Що? Де? Коли?» (відео-запитання) фронтальна робота з групою
5	Вивчення нового матеріалу	12	Захист учнівських проектів та їх оцінювання самими учнями, складання алгоритмів розв'язування тригонометричних рівнянь (два способи), вправа «Склади пазл».
6	Осмилення нових знань та умінь	8	Самостійна робота з завданнями з алгоритмом розв'язання за відповідною установою до тематики завдань
7	Підсумок	2	Інтерактивна вправа «Квітка уроку», вправа «Кубування».
8	Інструктаж з д/з	1	Інструкція , завдання «Стежками минулих ЗНО»
9	Етап рефлексії	2	Проведення інтерактивних вправ: «Кути» та «Яблунька сподівань».



# Технологічна картка уроку

Тема: «Розв'язування тригонометричних рівнянь»



Мета уроку:



**Навчальна:** Формування ключових компетентностей, зокрема, формування вміння вчитися впродовж життя; сформувати в учнів стійкі вміння та навички розв'язувати тригонометричні рівняння способом зведення до однієї тригонометричної функції (алгебраїчний спосіб) та способом розкладання на множники; формування математичної компетентності. Показати застосування цих методів при розв'язанні тригонометричних рівнянь та формувати і вдосконалити вміння розпізнавати та розв'язувати тригонометричні рівняння.

**Розвиваюча:** Розвивати обчислювальні навички; розвивати творчу активність учнів; розвивати вміння працювати кожному й навчати іншого; формувати навички контролю та самоконтролю (формування соціальної та громадянської компетентності); розвивати вміння аналізувати вивчений матеріал з теми та застосовувати набуті знання в стандартних ситуаціях і творчо переносити знання і навички у нові ситуації, сприяння активізації пізнавальної діяльності учнів на уроці, розвиток соціальних та інформаційних компетентностей.

**Виховна:** Формування соціально та громадянської компетентності; компетентності обізнаності у сфері культури; виховання зібраності та відповідальності за підготовку до навчального процесу, виховувати наполегливість, вміння одстоювати свою думку, виховувати зосередженість та охайність під час виконання завдань, самостійність, організованість, відповідальність за виконану роботу, вміння працювати в команді, любов до обраної професії.

**Тип уроку:** Урок формування і вдосконалення умінь та навичок.

**Очікуванні результати:**



Учні повинні вміти розв'язувати тригонометричні рівняння способом заміни та розкладанням на множники. вміти застосовувати алгоритми розв'язання тригонометричних рівнянь .



**Обладнання:**



Підручники, роздатково-дидактичний матеріал з теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь», ноутбук, засоби для зв'язку з Інтернетом, цифровий фотоапарат, проектор, екран, плакат-епіграф уроку, комп'ютерна програма **Advanced Grapher** та **GRAN1**, комп'ютерні презентації проектних груп.



**Наочність:**



Транспоранти - завдання до вправ, відео – запитання до «Математичної вікторини» за темою «Розв'язування тригонометричних рівнянь», презентації двох проектних груп, картки «Девізи груп» та «Етичні правила проектних груп», таблиці «Теоретичні висновки», кодотранспортант «Алгоритмічна установа до розв'язання тригонометричних рівнянь (спосіб заміни)».

**Міжпредметні зв'язки:**

**Фізика:** Застосування тригонометрії у фізиці (гармонічні коливання).

**Біологія:** Розглядається в біології (графік біоритмів людини).

**Художня культура:** Архітектура світу (застосування тригонометрії).

**Інформатика:** Розробка презентацій та робота з програмами.











**Форми роботи на уроці:**

Бесіда, тестові завдання, взаємоперевірка, робота в парах «Видатні математики України», вправа «Наведи порядок», перевірка групового диференційованого домашнього завдання, розповідь та пояснення викладача, виступ проектних груп учнів, робота в групах за картками - завданнями, індивідуальна робота із завданнями до самостійної роботи, фронтальна робота з групою, інтерактивна вправа «Що? Де? Коли?», Вправи: «Хвиля асоціацій», «Скринька знань», «Зітри хмаринку», захист проектів двох груп, інтерактивні вправи «Квітка уроку» та «Кубування» по підсумкам уроку, технології: «Кути» та «Яблушка сподівань» на етапі рефлексії.



## План уроку

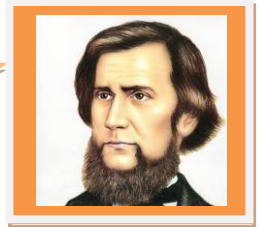
№	Етапи уроку	Навчально-виховна діяльність вчителя	Діяльність учнів на уроці	Виконання мети уроку
1	<b>Організаційний етап</b>  	Привітання вчителя. Оголошення теми і мети уроку  	Підготовка до уроку, зошити, учнівські папки  	Виховання зібраності та відповідальності за підготовку до навчального процесу. Формування здоров'язбережувальної компетентності - створення сприятливих умов навчання
2	<b>Перевірка домашнього</b>      	Вчитель організує роботу учнів по виконанню вправ: «Видатні математики України», «Наведи порядок», «Математичний диктант» та ,організація взаємоперевірки диференційованого домашнього завдання за рівнями навчальних досягнень учнів та по картці «Розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь»  	Учні виконують дані вправи, також презентують розв'язання диференційованого домашнього завдання на розв'язання тригонометричних рівнянь графічним способом за допомогою програми <b>Advanced Grapher</b> .  Учні розбиваються на пари та виконують взаємоперевірку домашнього завдання, орієнтуючись на відповіді, які зображені на моніторі; виставляють оцінки	Закріплення й усвідомлення (знань, умінь і навичок) з раніше засвоєного матеріалу з теми «Розв'язання найпростіших тригонометричних рівнянь». Розвиток навичок контролю та самоконтролю. Формування процедурної математичної, інформаційно-цифрової компетентності і соціально-громадянської компетентності
3	<b>Актуалізація опорних знань</b>  Повідомлення теми й мети  	Вчитель організує роботу учнів по вправі «Математична розминка з взаємоперевіркою» в парах; налагоджує роботу міні-груп по виконанню вправ «Знайди пару», «Хвиля асоціацій», «Скринька Знань» та «Зітри Хмаринку» (початковий та середній рівні навчальних досягнень учнів)	Учні працюють в парах, по черзі відповідаючи на питання з теми; міні-групи учнів розв'язують вправи підготовчого характеру, відповідають на питання вчителя (фронтальне опитування)  	Виховування наполегливості, уміння одстоювати свою думку; виховання вміння працювати в колективі. Формування процедурної компетентності та ключової математичної компетентності
4	<b>Мотивація</b>  	Вступна бесіда вчителя та налагодження роботи учнів по інтерактивній вправі «Математична вікторина» «Що? Де? Коли?»  	Учні залучаються до бесіди та приймають активну участь у інтерактивній грі «Що? Де? Коли?» за темою розв'язування тригонометричних рівнянь	Сприяння активізації пізнавальної діяльності учнів на уроці та формування методологічної компетентності

<p>5 <b>Вивчення нового матеріалу</b></p>  	<p>Організація процесу захисту проектів та його оцінювання за темами: «Краса та багатство тригонометрії. Заміна змінних при розв'язуванні тригонометричних рівнянь» та «Краса та багатство тригонометрії. Розв'язування тригонометричних рівнянь за допомогою розкладання на множники»</p> 	<p>Учнівські групи (дві), по черзі захищають свої проекти за сферою: - Девіз; -Етичні правила; Презентація проекту; Теоретичні висновки. Учні групи оцінюють виступ проектних груп. Опрацювання алгоритмів розв'язування тригонометричних рівнянь (два способи), робота учнів з пазлами.</p> 	<p>Формування стійких навичок та вмій застосування методів розв'язування тригонометричних рівнянь. Розвиток творчої активності учнів; розвиток вміння працювати кожному і навчати іншого. Виховувати почуття відповідальності за виконану роботу. Формування уміння вчитися впродовж життя, ініціативності та підприємливості та обізнаності та самовираження у сфері культури</p> 
<p>6 <b>Осмислення нових знань та умій</b></p> 	<p>Організація самостійної роботи достатнього та високого рівнів (виконання вправ, за алгоритмом розв'язання на друкованій основі) та перенесення здобутих умій і навичок у нестандартній ситуації.</p> 	<p>Учні самостійно розв'язують завдання за картками з алгоритмом розв'язання на друкованій основі (достатній та високий рівень)</p> 	<p>Розвиток обчислювальних навичок, розвиток вміння аналізувати вивчений матеріал з теми та застосовувати набути знання в стандартних ситуаціях і творчо переносити знання і навички у нові ситуації, сприяння активізації пізнавальної діяльності учнів на уроці. Виховання зосередженості та охайності під час виконання завдань та самостійності. Формування математичної компетентності</p>
<p>7 <b>Підбиття підсумків уроку</b></p> 	<p>Викладач підводить підсумок уроку: оцінює роботу двох проектних груп учнів; виставляє оцінки учням; проводить інтерактивну вправу по підсумку уроку «Квітка уроку» та «Кубування»</p> 	<p>Учні коментують (за бажанням) оцінки в своїх проектних групах; працюють з картою оцінювання результатів уроку та над пелюстками «Квітки уроку» та «Кубування»</p> 	<p>Виховання в учнів поваги; відповідальності; розвивати навички контролю та самоконтролю. Формування соціальної та громадянської компетентності та методологічної компетентності при оцінювання доцільності використання методів розв'язання тригонометричних рівнянь</p>
<p>8 <b>Інструктаж з домашнього завдання</b></p> 	<p>Викладач дає завдання на наступне заняття. Викладач проводить інструктаж з його виконання.</p> 	<p>Учні записують у зошитах домашнє завдання та деякі зауваження до його виконання</p> 	<p>Виховання охайності ведення записів на уроці. Формування математичної та інформаційно-технологічної компетентностей у учнів групи</p>
<p>9 <b>Етап рефлексії</b></p> 	<p>Викладач ініціює та інтенсифікує рефлексію учнів з приводу свого психо-емоційного стану, мотивації діяльності та взаємодії з викладачем та одногрупниками.</p>	<p>Учні навчальної групи виконують інтерактивну вправу «Кути» та «Яблулька сподівань» по підсумку уроку</p>	<p>Формування та розвиток соціальної та громадянської компетентності у учнів групи.</p> 



## Епіграф уроку:

*Ваша сила-віра в себе. Самостійні думки виникають тільки із самостійно отриманих знань. К. Ушинський*



## План – конспект уроку

### ХІД УРОКУ

#### 1. Організаційний етап:



- ✓ Привітання викладача
- ✓ Оголошення теми і мети уроку
- ✓ Виявлення відсутніх
- ✓ Перевірка підготовки учнів до заняття;
- ✓ Кожен учень отримує картку оцінювання роботи на уроці.



#### 2. Перевірка домашнього завдання:

### Формування процедурної математичної компетентності

Мета етапу: 1. З'ясувати ступінь засвоєння знань учнями.



2. Ліквідувати знайдені недоліки.



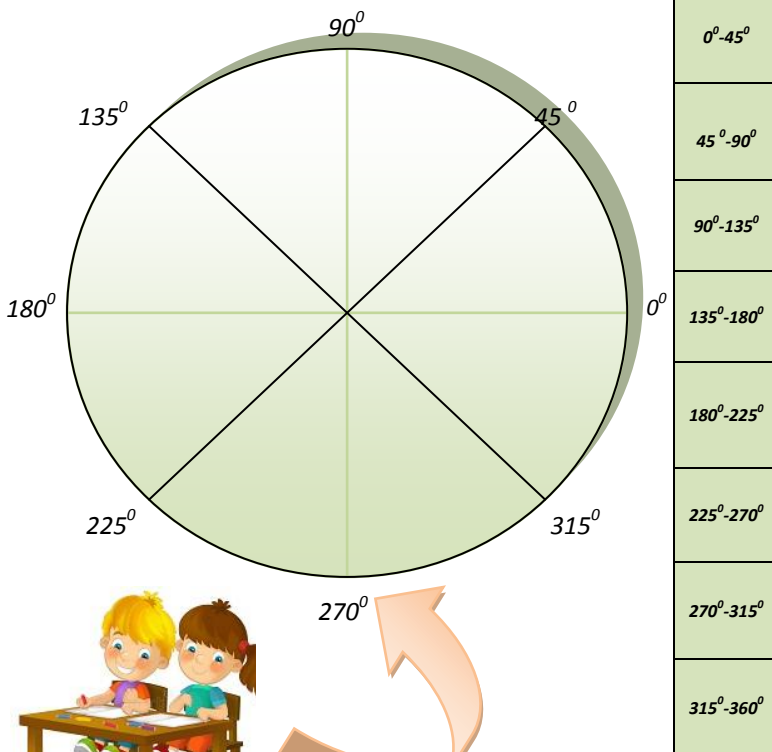
(реалізація концепції національно – патріотичного виховання на уроках математики), на початку заняття учням пропонується робота в парах.

1) «Завдання на відповідність» (розташувати зображення українських вчених у секторах одиничного кола у зростаючому порядку згідно дати народження)

«Видатні математики України»

#### «Робота в парах»

### Формування соціальної та громадянської компетентності



Михайло Борисович Гельфанд (1907-1991)	
Георгій Феодосійович Воронийс (1868-1908)	
Володимир Йосипович Левицький (1872-1956)	
Віктор Михайлович Глушков (1923-1982)	
Михайло Васильович Остроградський (1801-1862)	
Михайло Пилипович Кравчук (1892-1942)	
Мирон Онуфрійович Зарицький (1889-1961)	
Юрій Олексійович Митропольський (1917-2008)	



Перевірка домашнього завдання:

2) Вправа «Наведи порядок»



Учні встановлюють відповідність між тригонометричною функцією та її значенням:



### Вправа «Наведи порядок» (початковий рівень)

	$0^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$	1	0	0	1	-1
$\cos \alpha$	не існує	1	не існує	0	0
$\operatorname{tg} \alpha$	-1	0	0	0	0

### 3) Математичний диктант

(по сторінках домашнього завдання з обмеженим часом рішення)



### Формування математичної компетентності

Розвиток самостійності мислення, формування гнучкості і точності думки, розвиток уваги та пам'яті у учнів.

Учнім пропонується заповнити пропуски в таблиці



	Знайти	Заповніть
1	$\arccos 1 + \arcsin 0$	
2	$\operatorname{arctg}(-1) - \arcsin 0,5$	
3	$\sin x = 1, \quad 0 < x < 2\pi$	
4	$\cos x = 0, \quad 0 < x < \pi$	
5	$\operatorname{tg} x = 0, \quad 0 \leq x \leq \pi$	

### 3) Перевірка групового диференційованого домашнього завдання (одночасно для двох груп).

Достатній та високий рівні	I група	II група
Умова домашнього завдання з теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь»	Розв'язати рівняння: 1) $\sin x = 1$ , 2) $\cos x = 2$ , 3) $\sin 2x = 1/2$	Оформлення розв'язання рівнянь графічним методом з використанням можливостей прикладної програми <b>Advanced Grapher</b> .
Форма відповіді	Розв'язування рівнянь за «Алгоритмічною установою» покроково	Презентація роботи по розв'язанню рівнянь графічним методом за допомогою програми <b>Advanced Grapher</b> .

### Формування процедурної математичної компетентності

**Викладач:** Нагадую, що вашим домашнім завданням було розв'язання тригонометричних рівнянь, крім цього було потрібно оформити їх розв'язання графічним методом з використанням можливостей прикладної програми **Advanced Grapher**.



Умови рівнянь:

Розв'яжемо ці рівняння за алгоритмічною установою:



Розв'язання:

$$\sin x = 1, |1| \leq 1 \Rightarrow x = (-1)^n \arcsin 1 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = (-1)^n \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

**!** Учні по черзі розв'язують рівняння за **алгоритмічною установою** «Розв'язування тригонометричних рівнянь»

$$\sin 2x = 1/2, |1/2| < 1 \Rightarrow 2x = (-1)^n \arcsin 1/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow 2x = (-1)^n \pi/6 + \pi n, n \in \mathbb{Z} \Rightarrow x = (-1)^n \pi/12 + \pi n/2, n \in \mathbb{Z}$$

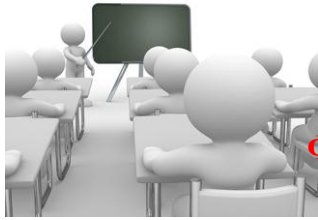


**Викладач:** Зверніть увагу на праву частину тригонометричного рівняння

$\cos x = 2 \Rightarrow |2| > 1$   
 $\Rightarrow$  рівняння немає розв'язків

**Увага!**

$|a| > 1$



**Викладач:** Тепер виконаємо оформлення розв'язання тригонометричних рівнянь графічним методом з використанням можливостей прикладної програми **Advanced Grapher**.

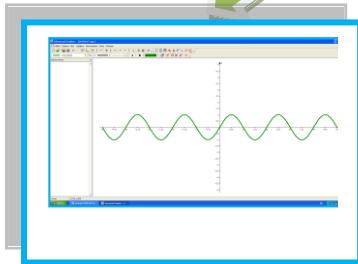
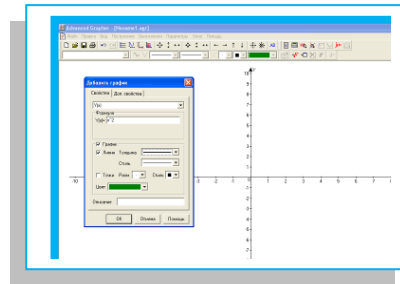
**Формування інформаційно-цифрової компетентності**

*Запускаємо програму Advanced Grapher.*

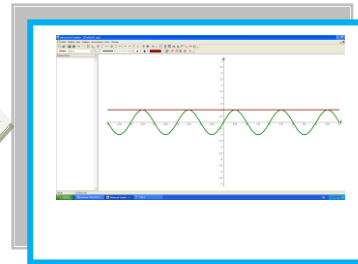
Учні **парами** по черзі розв'язують задачу за **алгоритмічною установою** «Застосування програми **Advanced Grapher** до розв'язання тригонометричних рівнянь»



Будуємо в системі координат відповідні графіки функцій. Для цього заходимо в розділ «Побудова», вибираємо «Додати графік» та вписуємо формулу першої функції  $y = \sin x$



Далі вибираємо «Додати графік» та вписуємо формулу другої функції  $y = 1$

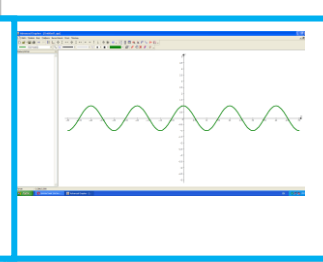
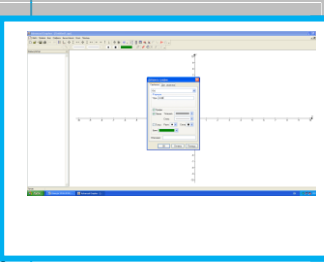


**Визначаємо абсциси точок перетину графіків функцій  $y = \sin x$  та  $y = 1$ , це  $x = \pi/2 + 2\pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$**

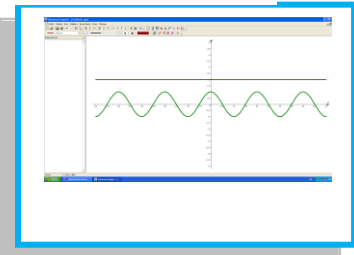
**Розглянемо окремо випадок  $\cos x = 2$**



Аналогічно, будуємо в системі координат відповідні графіки функцій. Для цього знову заходимо в розділ «Побудова», вибираємо «Додати графік» та вписуємо формулу першої функції  $y = \cos x$



Далі вибираємо «Додати графік» та вписуємо формулу другої функції  $y = 2$



Звертаємо увагу на те, що графіки функцій  $y = \cos x$  та  $y = 2$  не перетинаються

**Відповідь:** дане тригонометричне рівняння не має розв'язків

**Викладач:** А тепер перевірте правильність виконання домашнього завдання на комп'ютері за допомогою програми **Advanced Grapher**.

**Висновок:**

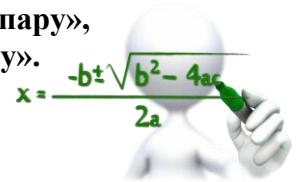


**Викладач:** Отже, ми з вами попрацювали з **програмним забезпеченням Advanced Grapher** - робота з графіками і функціями. Це досить потужна, але легка у використанні програма, призначена **для побудови графіків**, креслення кривих і обчислення функцій. **Advanced Grapher** допоможе вам побудувати різні графіки і провести їхній аналіз. Ця програма стане вам в нагоді не тільки в училищі, а й при навчанні **у вищому навчальному закладі**.

### 3. Актуалізація опорних знань. Повідомлення теми й мети:



**Мета етапу:** Спрямувати пізнавальну діяльність учнів, навчити їх застосовувати набуті ними раніше знання, навички та вміння до досягнення мети й визначати шляхи до її досягнення. Від того, чи добре учні будуть знати матеріал попередніх тем, залежить ефективність їх подальшої діяльності на уроці. Мети цього етапу я досягаю за допомогою роботи учнів з картою-вправою «Математична розминка з взаємоперевіркою» та виконанням їми вправ «Знайди пару», «Хвиля асоціацій», «Скринька знань», «Зітри хмаринку».



#### 1. «Математична розминка з взаємоперевіркою»

#### Формування ключової математичної компетентності Початковий та селеній півні

Викладач організує роботу учнів по виконанню вправи «Математична розминка з взаємоперевіркою»



Учні записують відповіді у своїх зошитах:

№	Перший учень	Другий учень	УРБ
	Умова завдання:	Умова завдання:	
1	$\sqrt{\frac{81}{144}} = \dots$	$\sqrt{\frac{16}{9}} = \dots$	0,5 б.
2	$\cos^2 x + \dots = 1$	$D = \dots$	0,5 б.
3	$x_{1,2} = \dots$	$\sin 2x = 2 \sin x \cdot \dots$	0,5 б.
	Розв'яжіть рівняння:	Розв'яжіть рівняння:	
4	$x^2 + 2x + 1 = 0$	$x^2 - 2x + 1 = 0$	0,5 б.
5	$(x-3)(x+4) = 0$	$(x-2)(x+6) = 0$	0,5 б.
6	$2y^2 - 3y + 1 = 0$	$2t^2 + 5t - 2 = 0$	1 б.

#### 2. Інтерактивна вправа «Знайди пару»

**Завдання.** Скласти формули, які відображують властивості тригонометричних функцій та тригонометричні тотожності



**Викладач:** При розв'язуванні тригонометричних рівнянь нам не обійтись без властивостей тригонометричних функцій та деяких тригонометричних тотожностей.



Учні працюють на закритій магнітній дошці

$\sin^2 x + \cos^2 x =$

$1 - 2 \sin^2 x$

$\sin 2x$



$2 \sin x \cdot \cos x$

$\cos^2 x$

$1 - \cos^2 x =$

$2 \cos^2 x - 1$

$|\sin x|$

$1$

$\sin^2 x$

$1 - \sin^2 x =$

$\cos 2x =$

$1 + \operatorname{tg}^2 x =$

$\leq 1$

$1 / \cos^2 x$



### 3. Інтерактивна вправа «Хвиля асоціацій»

Назвіть властивості, які асоціюються з кожним виразом:

Слайд з виразами:

Рівняння  $\cos x = 1$

Рівняння  $\sin x = 0$

$\arccos 3$

$\arcsin(-2,5)$

Рівняння  $2\sin x = 1$

Рівняння  $\cos x + 1 = 0$



### Формування математичної процедурної компетентності

#### 4. Вправа «Скринька знань»



Учні відповідають на запитання, записані на картках. Той, хто відповів правильно, кладе картку до скриньки ЗНАНЬ

Викладач: Перед тим, як вирушити далі в дорогу знань, ми зберемо і перевіримо наш багаж - знання

Назвіть відомі вам види квадратних рівнянь і способи їх розв'язування



Рівняння якого виду називають квадратними?

Які способи зведення рівняння до квадратного вам відомі?

Які способи зведення рівняння до квадратного вам відомі?

Скільки коренів може мати квадратне рівняння?



#### 5. Інтерактивна вправа «Зітри хмаринку»

Викладач: Математичним виразам та кореням рівнянь потрібно додати гарного настрою, стерти хмари

$\arcsin$  [thought bubble]  $= \pi/6$

$\arccos 1 =$  [thought bubble]

$\arccos 1/2 =$  [thought bubble]

$x =$  [thought bubble]  $\arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

$x = (-1)^n$  [thought bubble]  $+ \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$\arcsin(-1) =$  [thought bubble]

$\arctg$  [thought bubble]  $= \pi/6$

$x = \arctg a +$  [thought bubble]  $n \in \mathbb{Z}$

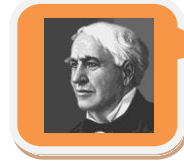


## 4.МОТИВАЦІЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ



Епіграф: „Найважливіше завдання цивілізації – навчити людину мислити”

### Формування методологічної компетентності



Т. Едісон



**Мета етапу:** Спонукати учнів до вивчення даної теми уроку та виконання тієї або іншої дії, учинку, що визначають активність особистості та її спрямованість на досягнення запланованого результату. Мети цього етапу я досягаю за допомогою інтерактивної вправи «Математична вікторина»

### Інтерактивна вправа «Математична вікторина»: «Що? Де? Коли?»

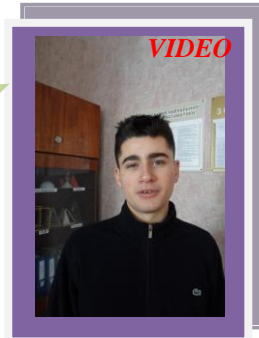


Відео-запитання для учнів за темою «Розв’язування тригонометричних рівнянь»



На минулих заняттях ми отримали формули для розв’язування рівнянь виду  $\cos x = a$ ,  $\sin x = a$  та  $\operatorname{tg} x = a$ .

Увага, питання: Як називаються ці рівняння? Виходячи з назви, як ви вважаєте, чи існують, ще інші типи тригонометричних рівнянь?



Відповідь:

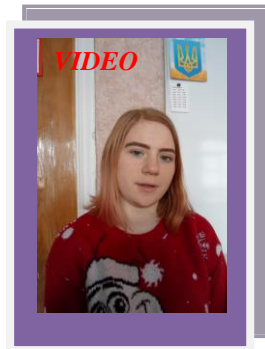
В математиці ці рівняння називаються найпростішими тригонометричними рівняннями. Так, існують.

Питання задає учень Олександр



Відповідь:

Розв’язування цих тригонометричних рівнянь зводиться до розв’язування найпростіших рівнянь.



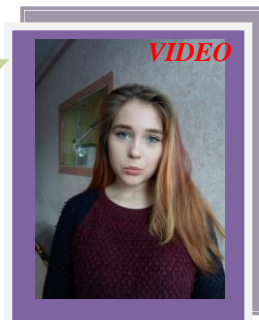
В багатьох випадках, як правило, розглядаються тригонометричні рівняння, що відрізняються від найпростіших.

Увага, питання: Якій, на вашу думку в цих випадках вибирають шлях розв’язання?

Питання задає учениця Анастасія



Шановні учні, на, що ви можете звернути увагу, проаналізувавши вигляд таких рівнянь:  $2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$ ,  $\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x - 3 = 0$  та рівнянь  $\cos^2 x - \cos x = 0$ ,  $2\sin x + \sin x = 0$ ?



Відповідь:

У першій парі рівнянь входить тільки одна тригонометрична функція. У другій парі, в лівій частині рівняння існує спільний множник.

Питання задає учениця Наталія

## 5. Вивчення нового матеріалу:



**Мета етапу:** Формування та вдосконалення отриманих умінь танавичок учнями групи з теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь», у процесі застосування знань, умінь і навичок на практиці, формування компетенції ініціативності та підприємливості.

### Формування уміння вчитися впродовж життя

1) **Захист учнівських проектів** (дві групи). Виступає **перша проектна група**, тема її виступу - "Краса та багатство тригонометрії. Заміна змінних при розв'язуванні тригонометричних рівнянь".

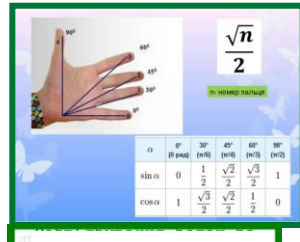
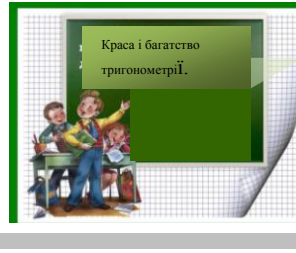
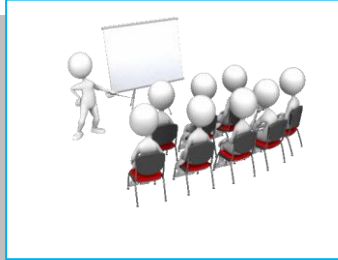


### Формування обізнаності та самовираження у сфері культури



- Девіз групи: "Душу і серце в роботу вклади, кожну хвилинку в труді збережи!"
- Етичні правила: - Виявляй повагу до особистості.  
-Доброчинність допоможе швидше досягти мети.

Презентація:



### Розв'язування тригонометричних рівнянь:

Формування інформаційно-цифрової компетентності



**Особливості розв'язування тригонометричних рівнянь.**  
Особливістю є те:  
-що загальних методів, загального способу не існує;  
-що вони або зовсім не мають розв'язків, або мають безліч, внаслідок періодичності.

**Для виконання завдань з ДПА та ЗНО необхідно вміти:**  
розписувати загальні розв'язки на серії та часткові

- Множини розв'язів тригонометричних рівнянь, яка задається формулою називається серією.
- Розв'язки, які одержують при конкретних значеннях  $n$  ( $k$ ), називають частковими розв'язками.

**Складні тригонометричні рівняння**  
Схема розв'язування

- Пробуємо всі тригонометричні функції **звести до одного аргументу**;
- Якщо вдалося звести до одного аргументу, то пробуємо всі тригонометричні вирази **звести до однієї функції**;
- Якщо до одного аргументу вдалося звести, а до однієї функції ні, то пробуємо **звести рівняння до однієї змінної**;
- Якщо попередні пункти не виконуються, то пробуємо **одержати добуток**;
- В результаті вийде переносимо всі члени в один бік і використовуємо спеціальні прийоми розв'язування (намагаємося розпізнати типові рівняння).

**Змінна в одному вигляді**

- Приклад. Розв'язати рівняння  $\sin x + 4\sin x - 5 = 0$

Розв'язання. Заміна  $\sin x = t$ . Одержимо  $t^2 + 4t - 5 = 0$ ;  $t = -5$ ;  $t = 1$ . Тоді  $\sin x = -5$ ,  $\sin x = 1$

Якщо до рівняння змінна входить в одному й тому ж вигляді, то зручно цей вигляд змінної позначити однією буквою (новою змінною)

**Аргументи однакові, а функції різні**

- $4\cos x - 4 = \sin x$ ,  
 $\sin x - 4\cos x + 4 = 0$ ,  $1 - \cos x - 4\cos x + 4 = 0$ ,  
 $\cos x + 4\cos x - 5 = 0$ , тоді  $\cos x = -5$ ,  $\cos x = 1$ .

Зводяться до однієї функції, вводиться нова змінна і одержується алгебраїчне рівняння, зокрема квадратне.

**Методи розв'язування тригонометричних рівнянь**

1. Заміна змінної

$$2\sin^2 x - 7\sin x + 3 = 0$$

Заміна:  $\sin x = t$

$$2t^2 - 7t + 3 = 0$$

$$t_1 = 3; t_2 = \frac{1}{2}$$

Виконуємо обернену заміну:

$$\sin x = 3 - \text{не має коренів (} |3| > 1 \text{)}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Відповідь:  $(-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

**2. Зведення до однієї змінної**

$$\cos 2x + \sin x = 0$$

Зведемо до однієї змінної  $x$ , використовуючи формулу  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$$\cos^2 x - \sin^2 x + \sin x = 0$$

$$1 - \sin^2 x - \sin^2 x + \sin x = 0$$

$$2\sin^2 x - \sin x - 1 = 0$$

$$\sin x = t$$

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$t_1 = -1; t_2 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1; x = \frac{3\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\sin x = \frac{1}{2}; x = (-1)^n \arcsin \left(\frac{1}{2}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Відповідь:  $\frac{3\pi}{2} + 2\pi n; (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$



Учні групи оцінюють виступ першої групи, ставлять бали в бланк оцінювання захисту проекту.



Виступає друга проектна група, її тема "Краса та багатство тригонометрії. Розв'язування тригонометричних рівнянь виду  $f(x)=0$  за допомогою розкладання на множники"

**Компетентність: Уміння вчитися впродовж життя**

- Девіз групи: "Навчаючи інших – вчимося самі!"
- Етичні правила: - Не помиляється лише той, хто нічого не робить!  
- Вмій вислухати думку іншої людини.



**Презентація:**



Учасники групи по черзі презентують розв'язання рівнянь

з подальшим поясненням біля дошки:

**Напрямок:**



Розв'язування тригонометричних рівнянь виду  $f(x)=0$  за допомогою розкладання на множники

**Рівняння, що розв'язуються розкладанням на множники значно поширені**

- $\cos 3x \sin 2x + \cos 3x = 0$ ,
- $3 \cos x - 2 = \sin x$ ,
- $\sin x - \sin 2x = 0$ .

Для розв'язування використовуються відповідні формули та умова рівності добутку нулю.

**Формування математичної дослідницької компетентності**

**Метод рівнянь - один із методів пізнання реальної дійсності**

- Поняття рівняння пролизує весь шкільний курс математики.
- **Мова алгебри рівняння.**
- Без них не обходяться такі сьогодні предмети як фізика, хімія, географія, біологія, економіка...

**Б) методом розкладання на множители.**

1) Вспомогам використано даного метода при решении известного вида уравнений:

$$\sin x + \sin 3x + \sin 5x = 0$$

спрощуємо суму синусів:

$$\sin x + \sin 5x + \sin 3x = 0$$

$$2 \sin 3x \cos 2x + \sin 3x = 0$$

$$\sin 3x (2 \cos 2x + 1) = 0$$

переходим к решению простейших тригонометрических уравнений:

$$\sin 3x = 0 \quad \text{или} \quad 2 \cos 2x + 1 = 0$$

$$x = \pi n / 3, \quad x = \pm \pi / 3 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}.$$

**VII. Рівняння, які розв'язуються методом розкладання на множники.**

При розв'язанні цього типу рівнянь необхідно користуватися відомим правилом: добуток дельтах висловлено рівної нулю, якщо хоча б один з них рівний нулю, а інші при цьому мають зміст.

**Приклади.**

а)  $\cos x (3 \cos x - 5) = 0$ ,

або  $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$ ,

$$\begin{cases} \cos x = 0, \\ \cos x = 0; \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} 3 \cos x = 5, \\ \cos x = \frac{5}{3}, \end{cases}$$

$x = \arccos \frac{5}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$

б)  $\sin(2 \cos x - 3 \sin x) = 0$ ,

$\sin x = 0$ ,

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z};$  або

$$\begin{cases} 2 \cos x - 3 \sin x = 0, \\ \cos x = 0. \end{cases}$$

$x = \arctan \frac{2}{3} + \pi n, k \in \mathbb{Z}.$



**Напрямок:** Розв'язування тригонометричних рівнянь виду  $f(x)=0$  на заданному проміжку

Решить уравнение  $4 \sin^2 x = 3 \cos(x - \pi/2)$   
Найти его корни на промежутке  $[7\pi/2; 9\pi/2]$



Решим уравнение

$$4 \sin^2 x = 3 \cos(x - \pi/2)$$

$$4 \sin^2 x = 3 \cos(\pi/2 - x),$$

$$4 \sin^2 x - 3 \cos(\pi/2 - x) = 0,$$

$$4 \sin^2 x - 3 \sin x = 0,$$

$$\sin x (4 \sin x - 3) = 0,$$

$$\sin x = 0$$

$x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

или  $4 \sin^2 x - 3 = 0,$   
 $\sin x = \pm \sqrt{3/2}; \sin x = -\sqrt{3/2}$   
 $\sin x = -\sqrt{3/2},$   
 $x = (-1)^k \pi/3 + \pi k, k \in \mathbb{Z},$   
 $\sin x = \sqrt{3/2},$   
 $x = (-1)^k \pi/3 + \pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Учні групи оцінюють виступ першої групи, ставлять бали в бланк оцінювання захисту проекту.



**Бланк оцінювання захисту проекту**

Критерії оцінювання:	Зрозумілість змісту, чіткість викладання матеріалу	Стиль виступу, риторичні вміння	Якість і доцільність наочності	Підсумок
Група:	(0 – 1 б)	(0 – 1 б)	(0 – 1 б)	(0 – 3 б)
1				
2				

## 2) Сприймання й усвідомлення **алгоритму**

### **заміни змінних** при розв'язуванні тригонометричних рівнянь

1. Аналіз вигляду рівняння
2. Умова: в рівняння входить тільки одна функція
3. Вводимо нову змінну  $t$
4. Отримуємо квадратне рівняння
5. Знаходимо його розв'язки
6. Виконуємо обернену заміну
7. Розв'язуємо найпростіші тригонометричні рівняння
8. Записуємо відповідь

Фронтальна робота з групою по складанню алгоритму заміни змінних

**Розв'яжемо рівняння, як за нотами !**

Застосування алгоритму при розв'язуванні тригонометричного рівняння

Картка навчального характеру за алгоритмічною установою (достатній рівень)

### Розв'яжіть рівняння: $2\sin^2x - 7\sin x + 3 = 0$

1	Аналіз вигляду рівняння	Ознайомлення з умовою
2	Умова: в рівняння входить тільки одна функція	В дане рівняння входить тільки одна тригонометрична функція $y = \sin x$
3	Вводимо нову змінну $t$	$\sin x = t$
4	Отримуємо квадратне рівняння	$2t^2 - 7t + 3 = 0$ , $a = 2$ , $b = -7$ , $c = 3$
5	Знаходимо його розв'язки	$D = b^2 - 4ac$ , $D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25$ , $t_1 = 3$ , $t_2 = 1/2$
6	Виконуємо обернену заміну	$t_1 = \sin x = 3$ , $t_2 = \sin x = 1/2$
7	Розв'язуємо найпростіші тригонометричні рівняння	$\sin x = 3$ , $ 3  > 1$ , рівняння не має розв'язків $\sin x = 1/2$ , $ 1/2  < 1$ , $x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$
8	Записуємо відповідь	$x = (-1)^n \cdot \pi/6 + \pi n$ , $n \in \mathbb{Z}$



## Фронтальна робота з групою:



Який шлях до розв'язування тригонометричних рівнянь виду  $f(x)=0$  вибрала друга проектна група?

**Очікувана відповідь:** після перенесення членів рівняння в один бік, спробувати одержати добуток, що дорівнює нулю

Якщо добуток дорівнює нулю, то хоча б один із співмножників дорівнює нулю

## Розв'язок тригонометричного рівняння

$$\sin 2x = \cos x$$

$$\sin 2x - \cos x = 0$$

$$2 \sin x \cos x - \cos x = 0$$

$$\cos x (2 \sin x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$2 \sin x - 1 = 0$$

$$2 \sin x = 1$$

$$\sin x = 1/2$$

$$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = (-1)^m \cdot \pi/6 + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

**Відповідь:**  $x = (-1)^m \cdot \pi/6 + \pi m, m \in \mathbb{Z};$   
 $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Викладач:



У лівій частині рівняння отримали добуток

**Формування математичної процедурної компетенції**

Учні першої проектної групи по черзі працюють за магнітною дошкою

## Вправа: «Склади пазл»

### Формування математичної логічної компетентності

Пазл складається із завдань до теми «Розв'язування тригонометричних рівнянь»



Учні працюють у парах: необхідно за обмежений термін часу зібрати роздіблені картки-пазли так, щоб отримати правильні т твердження



Учні перевіряють правильність складання пазлів

### Склади пазл

### Перевір пазл

Найпростіше тригонометричне рівняння	Тригонометричне рівняння, яке розв'язується методом заміни змінної	Тригонометричне рівняння, яке розв'язується за допомогою розкладання на множники
$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$2t^2 - t - 1 = 0$
$\sin 7x - \sin 5x = 0$	$\sin x = 0$ або $\cos 6x = 0$	$\sin x = a,$
$ a  \leq 1$	$t = \cos x$	$2 \sin x \cdot \cos 6x = 0$

Найпростіше тригонометричне рівняння	Тригонометричне рівняння, яке розв'язується методом заміни змінної	Тригонометричне рівняння, яке розв'язується за допомогою розкладання на множники
$\sin x = a$	$2\cos^2 x - \cos x - 1 = 0$	$\sin 7x - \sin 5x = 0$
$ a  \leq 1$	$t = \cos x$	$2 \sin x \cdot \cos 6x = 0$
$x = (-1)^n \cdot \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$2t^2 - t - 1 = 0$	$\sin x = 0$ або $\cos 6x = 0$



## 6. Осмислення нових знань та умінь.

**Мета етапу:** Осмислення нових знань і умінь, закріплення вивченого, що забезпечує ґрунтовність навчання. Досягається шляхом репродуктивного відтворення вивченого (самостійне застосування учнями знань у стандартних ситуаціях (виконання вправ, за алгоритмом розв'язання), виконанням завдань на визначення головного в новій інформації та перенесення здобутих умінь і навичок у нестандартні ситуації. Під час цього етапу використовуються практичні завдання, які потребують активної розумової діяльності.



Учні самостійно розв'язують завдання достатнього і високого рівнів, використовуючи набуті ними самостійно знаннями, за картками-завданнями з алгоритмом розв'язування. **Формування математичної процедурної компетентності**

### Картка-завдання з друкованою основою за алгоритмом розв'язання (достатній рівень)

Розв'яжіть рівняння:

$$2\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$$

$$6\cos^2 x + 5\sin x - 2 = 0$$



№	Заповніть	Заповніть	УРБ
1	Усі тригонометричні вирази зводимо до однієї функції <b>cosx</b> : 	Усі тригонометричні вирази зводимо до однієї функції <b>sinx</b> : 	0,5
2	Виконаємо заміну: <b>t = ...</b>	Виконаємо заміну: <b>t = ...</b>	0,5
3	Розв'яжемо отримане квадратичне рівняння:	Розв'яжемо отримане квадратичне рівняння:	0,5
4	Виконаємо обернену заміну:	Виконаємо обернену заміну:	0,5
5	Розв'яжемо одержані найпростіші тригонометричні рівняння: Запишемо відповідь:	Розв'яжемо одержані найпростіші тригонометричні рівняння: Запишемо відповідь:	1

### Високий рівень:

Розв'яжіть рівняння:

$$1 + \cos x - 2\cos x/2 = 0$$

$$\sin 7x + \sin 3x = 3\cos 2x$$

№	Заповніть	Заповніть	УРБ
1	Усі тригонометричні вирази зводимо до однієї функції <b>cosx/2</b>	До лівої частини рівняння застосовуємо формулу суми синусів:	0,5
2	Розкладаємо лівий бік рівняння на добуток двох виразів:	Після перенесення всіх членів рівняння у лівий бік одержимо добуток двох виразів:	1
3	Розв'яжемо одержані найпростіші тригонометричні рівняння: 	Розв'яжемо одержані найпростіші тригонометричні рівняння: 	1
4	Запишемо відповідь:	Запишемо відповідь:	0,5



## 7. Підбиття підсумків уроку

**Мета етапу:** Дати якісну оцінку роботи групи, окремих учнів.

Спільно з учнями викладач проводить аналіз роботи групи на уроці.

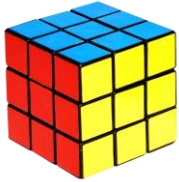
Викладач та учні проводять порівняння поставлених цілей уроку з досягнутим результатом. Викладач виставляє оцінки

### Формування методологічної ! Інтерактивна вправа: «Квітка уроку»

компетентності



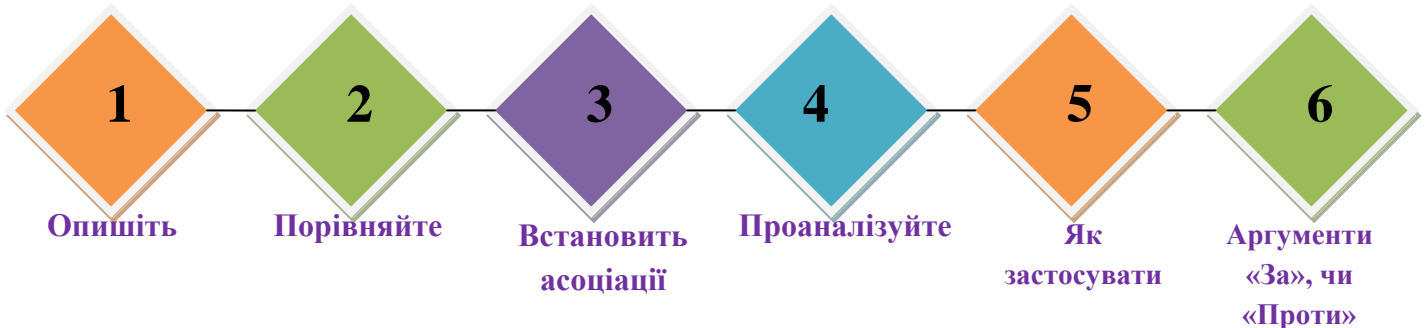
**Викладач:** Назвіть слова або словосполучення, які є «ключовими словами» даного уроку, означте пелюстки «Квітки уроку», зміст яких полягає у визначенні «ключових» слів уроку, тобто основних термінів, які позначають методи, алгоритми, уміння, навички та знання які були отримані протягом уроку.



**Інтерактивна вправа «Кубування»** (полегшує розгляд теми з різних сторін, використовується кубик із написанням на кожній грані вказівки щодо напрямку мислення)



**Вказівки на гранях куба до методу розв'язування тригонометричних рівнянь**



## 8. Інструктаж з домашнього завдання:



**Мета етапу:** Докладно роз'яснити завдання домашньої роботи, порекомендувати джерела і прийоми роботи з ними. Забезпечити розуміння учнями цілей, змісту і способів виконання домашнього завдання.

**П** Читати §2 п.17 Математика 10 клас. 2018 р. Рівень стандарту А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський

**С** 1. Розв'яжіть рівняння: а)  $\cos^2 x + \cos x = 0$ ;  
б)  $\sin^2 x + 2\sin x + 1 = 0$ .

**Д** 2. Розв'яжіть рівняння: а)  $4\sin^2 x + 8\cos x + 1 = 0$ ;  
б)  $\sin x + \sin 3x = \sin 4x$

**ЗНО** 3. Розв'яжіть тригонометричні рівняння: а)  $\cos x = \tan \pi/4$ ; б)  $\cos^2 x - \sin^2 x = 1/2$

**ІНДИВІДУАЛЬНО**

Розв'язати тригонометричне рівняння  $\sin 2x + 1 = 0$  за формулою розв'язування найпростіших тригонометричних рівнянь та графічним способом за допомогою програми **Gran-1**. Порівняйте результати.



**Інструкція:**

1. Завантажити середовище «Gran-1».
2. На панелі інструментів обрати «Об'єкт \ створити».
3. Побудуйте обидва графіка.
4. Відмітьте на координатній площині точки перетину побудованих графіків.
5. Визначити абсциси вказаних точок.

**СТЕЖКАМИ МИНУЛИХ ЗНО**

**Формування математичної технологічної компетентності**

Обчисліть значення виразів:  $4\sin^2 \alpha$ , якщо  $4\cos^2 \alpha = 1$ ;  
1-  $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$ ;  $1 - \sin \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha \cdot \cos \alpha$ , правильність розв'язання покроково перевірити за допомогою додатку **MalMath**. **MalMath** - це програма для вирішення математичних задач з покроковим описом і графічним зображенням. Вона безкоштовна і



**Інструкція:**



- працює автономно. Ключові характеристики **MalMath**:
- Покроковий опис з детальним поясненням кожної дії;
  - Графічний аналіз;
  - Полегшене розуміння рішення завдяки використанню підсвічування.

**ЗНО- 2016**

**ЗНО- 2017**

**ЗНО- 2018**



**Викладач** : При підготовці до ЗНО з математики ви можете також використовувати можливості додатків для смартфонів

**Для допитливих**

Розв'яжіть систему тригонометричних рівнянь: 
$$\begin{cases} \sin x + \sin y = 1, \\ x + y = \pi \end{cases}$$



**9. Етап рефлексії:**

**Мета етапу:** В кінці уроку ініціювати та інтенсифікувати рефлексію учнів з приводу свого психо-емоційного стану, мотивації діяльності та взаємодії з викладачем, одногрупниками. Забезпечити засвоєння учнями принципів саморегуляції та співробітництва в колективі.

**Цільова рефлексія: Інтерактивна вправа «Кути»**

**Формування та розвиток соціальної та громадянської компетентності**



**Інтерактивна вправа: «Яблунька сподівань»**



**Викладач:** Урок у нас закінчується. За цей час зроста дивовижна яблуня, завдяки якій кожен з вас зможе показати користь або марність нашого уроку



Все вдалось



Не погано попрацював, попрацювала



Сьогодні не вийшло, але я не втрачаю надії



**!** Надіслати обраний стікер в месенджері Viber в групу